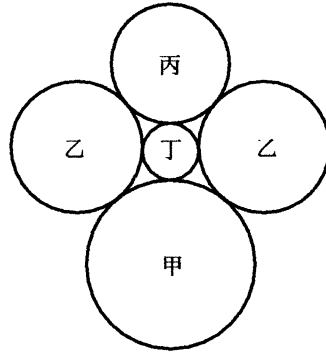


4.19 桐野富五郎

【問題文】



図のように、外接する5個の円がある。甲円の直径の長さが27寸、乙円の直径の長さが21寸、丁円の直径の長さが9寸のとき、丙円の直径の長さを求めよ。

【現代解】

図43のように、甲円、乙円、丙円、丁円の中心をそれぞれA, B, C, Dとし、半径をそれぞれ a, b, c, d とする。

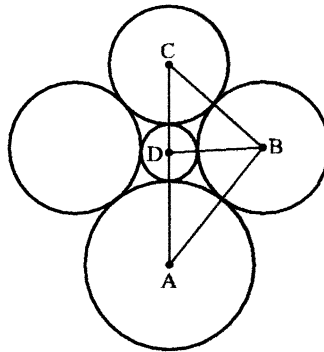


図43: 桐野の問題

$\triangle ABC$ と点Dに補助定理20を用いると、

$$(b+c)^2(a+d) + (a+b)^2(c+d) = (a+c+2d)\{(b+d)^2 + (a+d)(c+d)\} \quad (1)$$

となり、これを整理すると c についての1次式

$$(a+b+c+d)d^2 - ac(b-d) = 0 \quad (2)$$

で、従って

$$c = \frac{(a+b+d)d^2}{ab - ad - d^2} \quad (3)$$

である。

この式(3)に $2a = 27, 2b = 21, 2d = 9$ を代入すると乙円直径は $2c = 19$ となる。また、式(2)は『算法助術』の公式23である。

【算額の解】答日には、乙円直径19寸と書かれており現代解と一致する。また、術日に書かれている式は

$$c = \frac{(a+d)bd}{ab - ad - d^2} - d$$

であり、整理すると式(3)と一致する。