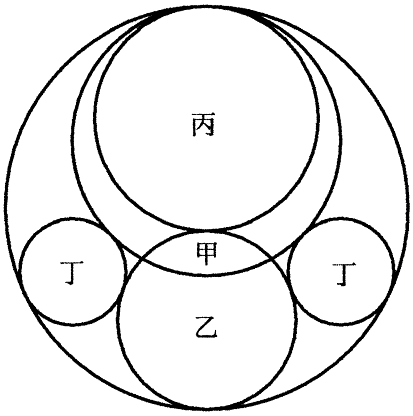
4.21　野本忠五朗

【問題文】

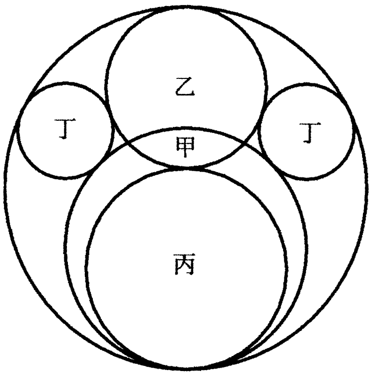


図のように、外円内に 5 個の円がある。甲円の直径の長さが 114 寸、乙円の直径の長さが 76 寸、丙円の直径の長さが 95 寸のとき、丁円の直径の長さを求めよ。

この問題は松岡太三郎の算額の図と上下が逆になっているだけで、問題は全く同じものである。

4.20 松岡太三郎

【問題文】



図のように、外円内に5個の円がある。甲円の直径の長さが114寸、乙円の直径の長さが76寸、丙円の直径の長さが95寸のとき、丁円の直径の長さを求めよ。

【現代解】

図44のように、外円、甲円、乙円、丙円、丁円の中心をそれぞれO, A, B, C, Dとし、半径をそれぞれr, a, b, c, dとする。また、甲円、乙円が外円と接する点をそれぞれE, Fとする。

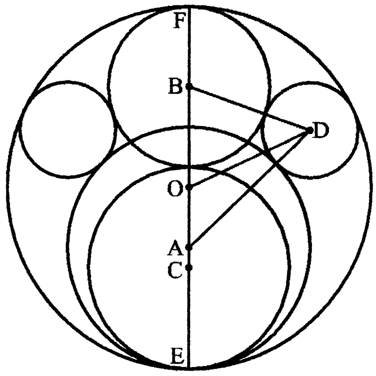


図 44: 松岡の問題

外円の直径は$\mathrm{EF} = 2(b + c)$なので、$r = b + c$である。また、$\mathrm{OA} = r - a = b + c - a$、$\mathrm{OB} = r - b = c$、$\mathrm{OD} = r - d = b + c - d$、$\mathrm{AD} = a + d$、$\mathrm{BD} = b + d$である。そこで、$\triangle$DBAと点Oに補助定理20を用いると、

$$(b + d)^2(b + c - a) + (a + d)^2 c = (b + 2c - a)\left\{(b + c - d)^2 + (b + c - a)c\right\} \tag{1}$$

である。これを整理すると

$$\left\{(b + c)^2 - ab\right\} d = c(b + c)(b + c - a) \tag{2}$$

となる。そこで、$b + c = r$とおき整理すると

$$d = \frac{cr(r - a)}{(r^2 - ab)} \tag{3}$$

となる。これに$a = 57, b = 38, c = \dfrac{95}{2}$を代入すると、$d = \dfrac{45}{2}$となり丁円直径は45寸である。

【算額の解】

答曰には丁円直径45寸と書かれており、術日に書かれている式は(3)であり、現代解と一致する。