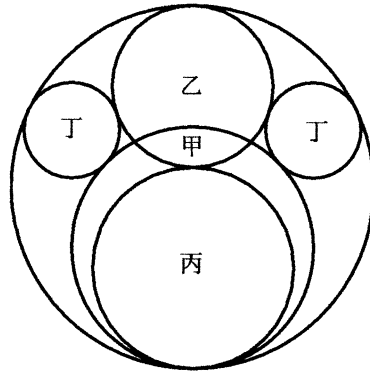


4.20 松岡太三郎

【問題文】



図のように、外円内に5個の円がある。甲円の直径の長さが114寸、乙円の直径の長さが76寸、丙円の直径の長さが95寸のとき、丁円の直径の長さを求めよ。

【現代解】

図44のように、外円、甲円、乙円、丙円、丁円の中心をそれぞれO, A, B, C, Dとし、半径をそれぞれ r, a, b, c, d とする。また、甲円、乙円が外円と接する点をそれぞれE, Fとする。

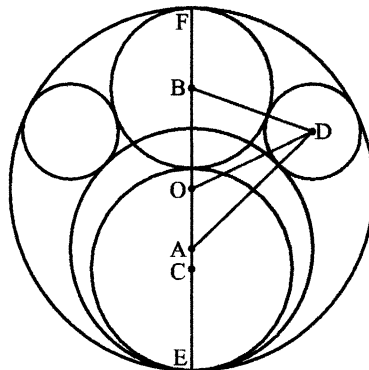


図 44: 松岡の問題

外円の直径は $EF = 2(b+c)$ なので、 $r = b+c$ である。また、 $OA = r - a = b+c-a$ 、 $OB = r - b = c$ 、 $OD = r - d = b+c-d$ 、 $AD = a+d$ 、 $BD = b+d$ である。そこで、 $\triangle DBA$ と点 O に補助定理 20 を用いると、

$$(b+d)^2(b+c-a) + (a+d)^2c = (b+2c-a)\{(b+c-d)^2 + (b+c-a)c\} \quad (1)$$

である。これを整理すると

$$\{(b+c)^2 - ab\}d = c(b+c)(b+c-a) \quad (2)$$

となる。そこで、 $b+c=r$ とおき整理すると

$$d = \frac{cr(r-a)}{r^2 - ab} \quad (3)$$

となる。これに $a = 57, b = 38, c = \frac{95}{2}$ を代入すると、 $d = \frac{45}{2}$ となり丁円直径は 45 寸である。

【算額の解】

答日には丁円直径 45 寸と書かれており、術日に書かれている式は (3) であり、現代解と一致する。