

大成算経の病題について（2）—変題第六—

藤井康生

目次

キーワード, 和算・大成算経・病題・変式・適尽方級法

1 はじめに

大成算経巻之十六 題術辯は題として全題, 病題の2題を載せている.

術として実術, 権術, 偏術, 邪術の4術を載せている. 術については京都大学数理解析研究所研究集会「数学史の研究」(2011年)で発表した.

病題中の虚題第五については京都大学数理解析研究所共同研究『『大成算経』の数学的・歴史学的研究』(2012年)で発表した.

変題第六加辞・易数については九州大学「第2回九州数学史シンポジウム」(2012年)で発表した.

本稿は講演記録集に掲載した発表時に配布した資料に手を加えたものである.

本稿では, 病題中の変題 第18 - 27問¹より第18 - 31問について述べる.

大成算経後集の病題について 大成算経巻之十六 後集 題術弁に載せ病題られている病題第は, 問題の与えられた条件が正しくない(不完全な)もので以下の8個の場合に分けている

転題 与えられた条件が足りないもの.

繁題 与えられた条件が過剰のもの.

層題 与えられた条件が不要に複雑にしているもの. 例として約分をしていない, 立方根にしているもの等を載せている.

反題 与えられた条件が正しくなく, 答えの値は求められても, 大小関係などの題意に矛盾する.

虚題 与えられた条件では方程式の解が無い, 負の解になる, 解が求められても題意に反するなど. 答えが求められないもの.

変題 与えられた条件では2つ以上の解が求められる.

□題 方程式の係数が0になるもの.

散題 与えられた量が少数であったり, 与えられた量の一方が大きく, 他方が小さくその差が大きく計算が面倒なもの.

¹問題の番号は巻数—その巻の通し番号

大成算経巻之十八 後集 病題定擬に病題の例題と一組の解を持つように条件を追加するか、条件の数値を替える方法を載せている。

2 巻之18 病題擬 変題第六加辞・易数

2.1 第18-27

問題

等脚台形を上底と下底の中点を結ぶ線で半分にしたものがある。斜辺（外斜）は1尺6寸、対角線（内斜）は1尺9寸である。只云う右闊と左闊の和を1尺8寸とする。右闊を問う。題中の数を用いて、右闊（右）を得る式を得る。

$$3右^2 - 36右 + 105 = 0 \quad (右 - 5)(右 - 7) = 0 \quad 右 = 5 \quad 7$$

右闊（右）、左闊（左）各2件を得る。2件とも、斜辺（外）、対角線（内）より高さ（長）を求めることができる。

$$\text{前 右闊} = 5 \quad \text{左闊} = 13$$

$$\text{後 右闊} = 7 \quad \text{左闊} = 11$$

上記右を未知数とする傍書式を求める。

$$\text{注, 外}^2 = \text{長}^2 + (\text{左} - \text{右})^2, \text{内}^2 = \text{長}^2 + \text{左}^2, \text{左} = \text{只} - \text{右}$$

$$\text{内}^2 - \text{外}^2 = (\text{只} - \text{右})^2 - (\text{只} - 2\text{右})^2 = 2\text{右} \times \text{只} - 3\text{右}^2, 3\text{右}^2 - 2\text{右} \times \text{只} + \text{内}^2 - \text{外}^2 = 0$$

術 右を未知数とする。只云う数を和とする。

$$\text{左} = \text{和} - \text{右}, \text{左} - \text{右} = \text{和} - 2\text{右} = (\text{左} + \text{右}) - 2\text{右}$$

$$\text{外}^2 - (\text{左} - \text{右})^2 = \text{長}^2$$

$$\{(\text{左} + \text{右}) - 2\text{右}\}^2 = (\text{左} + \text{右})^2 - 4(\text{左} + \text{右})\text{右} + 4\text{右}^2$$

$$\text{外}^2 - (\text{左} + \text{右})^2 = -4\text{左} \times \text{右} + \text{長}^2$$

$$\text{外}^2 = (\text{左} - \text{右})^2 + \text{長}^2$$

$$\text{長}^2 = \text{外}^2 - \{(\text{左} + \text{右})^2 - 4(\text{左} + \text{右})\text{右} + 4\text{右}^2\}$$

$$= (\text{長}^2 - 4\text{左} \times \text{右}) + (4\text{左} + 4\text{右})\text{右} - 4\text{右}^2 \quad \text{寄左}$$

$$\text{内}^2 - \text{左}^2 = \text{長}^2$$

$$\text{長}^2 = \text{内}^2 - \{(\text{左} + \text{右}) - \text{右}\}^2$$

$$= \text{内}^2 - (\text{左} + \text{右})^2 + 2(\text{左} + \text{右})\text{右} - \text{右}^2$$

$$\text{内}^2 - (\text{左} + \text{右})^2 = \text{長}^2 - \text{右}^2 - 2\text{左} \times \text{右}$$