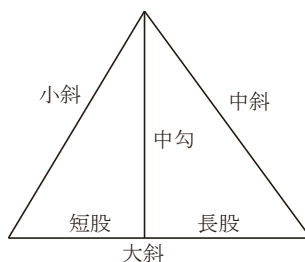


4.34 片上與平他4名

【問題文】

1. 500 円を年利率 1 割 5 分で 3 年貸すとき、毎年払いこまれる返還額はいくらか。
2. 三角形の 3 辺（大斜、中斜、小斜）がそれぞれ 15 寸、14 寸、13 寸のとき、中勾、長股、短股の長さはいくらか。



3. 3 か所から土を取り寄せて地形を築く。400 坪の土を 5 丁離れたところから、600 坪の土を 4 丁離れたところから、800 坪の土を 7 丁離れたところからそれぞれ取り寄せる。750 人を 3 か所へ配分するとき、その人数はいくらにすればよいか。
4. 南北に川が流れている。川の東に石があり、川の西に東西 1 丈の間隔で 2 本の杭がある。西の杭から東の杭を通して東の石が見える。西の杭は地面より 5 尺上にあり、東の杭は地面より 4 尺 8 寸上にある。川の幅はいくらか。

問題 1.

【現代解】

貸す金額を a とし、年利率を r とし、毎年払い込む返還額を x 円とする。1 年後の残高 b_1 は、

$$b_1 = a(1+r) - x$$

である。2 年後の残高 b_2 は、

$$b_2 = b_1(1+r) - x$$

同様に 3 年後の残高は

$$b_3 = b_2(1+r) - x = 0$$

である。これらより、関係式

$$[a(1+r) - x](1+r) - x](1+r) - x = 0$$

が得られる。これを解くと、

$$x = \frac{a(1+r)^3}{(1+r)^2 + (1+r) + 1}$$

となり、これに $a = 500$, $r = 0.15$ を代入すると、およそ

$$x \approx 218.9885$$

である。

【算額の解】

算額の術曰には、

$$w = \frac{1}{(1+r)^3} + \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{1}{1+r} \cong 2.283225$$
$$x = \frac{a}{w} \cong 218.9885$$

とある。

問題 2.

【現代解】

図 60 のように、三角形 ABC の垂線を AH とする。BC = a、CA = b、AB = c、AH = h、BH = x、CH = y とおくことにする。

余弦定理より

$$x = c \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$$

である。次に

$$y = a - x$$

である。また、

$$h = \sqrt{c^2 - x^2}$$

である。これらに、 $a = 15, b = 14, c = 13$ を代入すると、

$$x = \frac{33}{5}, y = \frac{42}{5}, h = \frac{56}{5}$$

となる。

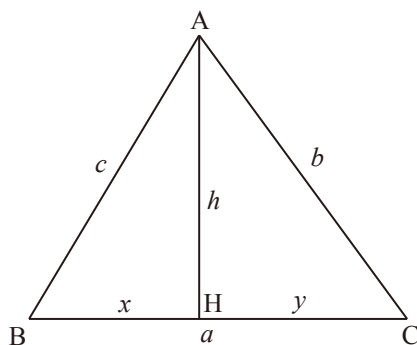


図 60: 問題 2

【算額の解】

算額の術曰においても同様の計算をして

$$x = 6.6, y = 8.4, h = 11.2$$

を導いている。

問題 3.

【現代解】

仕事の量の単位を「1 坪の土を 1 丁移動する」こととすると、3 つの仕事量は 2000, 2400, 5600 で、その比は 5 : 6 : 14 である。750 人をこの仕事量の比で分配すると、150 人、180 人、420 人となる。

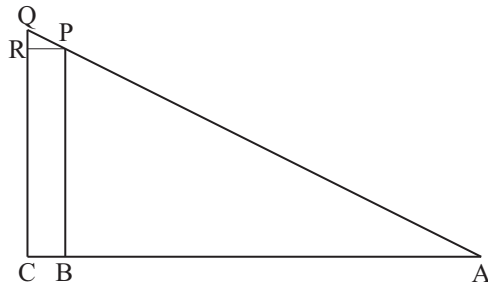


図 61: 問題 4

【算額の解】

算額の術曰においても同様の計算をしている。

問題 4.

【現代解】

図 61 のように川の東の石を A、川幅を AB、川の西にある東西 2 本の杭を PB, QC とする。この図は実際よりも上下方向にかなり拡大している。その間の距離は、1 丈が 10 尺なので、 $BC = 10$ (尺) である。西の杭から東の杭を通して東の石が見えるので、3 点 A, P, Q は一直線上にある。西の杭の長さは $QC = 5$ (尺)、東の杭の長さは $PB = 4.8$ (尺) である。

点 P から QC に垂線 PR を引くと、 $\triangle QRP$ と $\triangle PBA$ は相似なので、

$$QR : PR = PB : AB$$

$$0.2 : 10 = 4.8 : AB$$

となり、川幅は

$$AB = 240 \text{ (尺)}$$

である。

【算額の解】

PQ の勾配 (傾き) は

$$\frac{5 - 4.8}{10} = 0.02$$

である。AP も同じ勾配なので

$$AB = \frac{AP}{0.02} = \frac{4.8}{0.02} = 240 \text{ (尺)}$$

である。1 間は 6 尺 5 寸なので、川幅は 36 間 6 尺である。