

大西佐兵衛『雑題』の現代解について

～第 10 巻全 5 問～

Modern solutions for problems in “Zatsudai Vol. 10” by Sahei Onishi

吉平善晴^{*1}, 保木隆之介^{*1}, 牟田口正虎^{*2}, 原本博史^{*1}, ○安部利之^{*1}

YOSHIHIRA Yoshiharu^{*1}, YASUKI Ryunosuke^{*1},
MUTAGUCHI Masatora^{*2}, HARAMOTO Hiroshi^{*1}, ABE Toshiyuki^{*1}

^{*1} 愛媛大学教育学部, ^{*2} 愛媛県立今治西高等学校

^{*1} Faculty of Education, Ehime University

^{*2} Ehime Prefectural Imabari West High School

[要約] : 愛媛県の和算家大西佐兵衛の編集した『雑題』全 30 巻から, 第 10 巻の問題について解説する.

[キーワード] : 和算 (Wasan, Japanese Mathematics), 三平方の定理 (Pythagoras' Theorem), 2 次方程式 (Quadratic Equations), 相似 (Similarity), 三角比 (Trigonometric Ratios), 課題研究 (Themed Research)

1 はじめに

本稿では, (宮崎他, 2023) に引き続き, 大西佐兵衛の編集した『雑題』の問題のうち第 10 巻の現代解について紹介する. 大西佐兵衛及び雑題については, (愛媛算額, 2017), (浅山, 2019), (宮崎他, 2023) に述べているのでそちらを参照いただきたい. 今回も『雑題』(全 30 巻)の第 1 巻から第 10 巻までを現代語に翻訳した(浅山, 2019)を参考資料とした. この資料には, 雑題に挙げられている問題について, 問題文, 図, 答え及び術文についてその現代語訳が記載されている. 解義(術文を導くための計算手順)の記載がないため, 読者が先入観なしに現代解の作成を考え, 記述について検証するにあたり最適な形式になっている. 本論文では, 愛媛和算研究会の定例会(2023年7月31日開催)で発表した愛媛大学教育学部の学生の考えた現代解及び未発表の問題について解説する.

和算の問題の解決には, 三平方の定理や余弦定理などの高等学校の数学までに扱う基本的な公式を用いる場合もあり, 和算の問題は応用的な教材としての側面も多い. その上, その問題解決およびそのための思考過程においては, 基本的な公式を用いるのみではなく, まずは, その解決方針の検討, そして方針が見つかった後は, よりよい解や術文(和算解)の検証など, 1 つの問題から, 多種多様な知識と技能の定着, 数学的な考察そして表現方法の検討が実践できる. ただ, 難易度については, その解法に左右されるため, 一概に設定しづら

いが, 一見難しそうに見えても, 方針がわかればその論理の流れはそれほど難解ではないものもあるなど, 問題を教材として扱うには問題の吟味が必要不可欠である. 特に今回扱った問題の多くは, 高校生でも十分対応できる問題も多いが, 問題 10-4 に関しては, 幾つかの既知の結果を踏まえた解法となっており, 難易度は高いものとなっている.

愛媛和算研究会会長の谷本賢治先生におかれましては, 定例会において, 発表の機会を与えて頂き, 取り組んだ学生達にもあたたかなコメントをくださいました. また本稿につきましても, 補足や修正箇所等ご指摘いただきました. この場を借りて御礼申し上げます.

2 現代解の解説(第 10 巻)

この節では, (浅山, 2019)をもとに, 第 10 巻の全問について解説する. 各問題では, 問題, 答え, 術文を紹介し, その現代解及び注意点, 関連する単元について述べる.

2.1 第 10 巻第 1 問

問題 1. (問題 10-1)

(問題文) 今, 図(図 1)のように, 5 円がある. 只云う, 黒積若干とし, 円径を得る術を問う.

(答え) 下の通り.

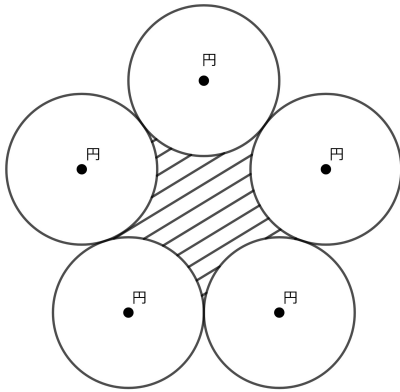


図 1. 問題 10-1 の配置

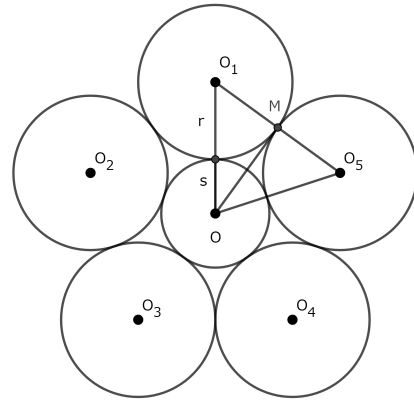


図 2. 問題 10-1, 2 の解法の配置

(術文)

$$\sqrt{\frac{4 \text{黒積}}{5\sqrt{\frac{2}{\sqrt{5}} + 1} - 6 \times \frac{\pi}{4}}} = \text{円径.}$$

補足 1.1. 黒積とは、斜線部の面積のことである。円径とは円の直径のことである。

補足 1.2. (浅山, 2019) には、

$$\frac{\sqrt{4 \text{黒積}}}{5\sqrt{\frac{2}{\sqrt{5}} + 1} - 6 \times \frac{\pi}{4}} = \text{円径}$$

とあるが、上記の(術文)が正しい式である。

補足 1.3. この問題及び後述の問題 2 では、正五角形に関する三角比を用いる。特に 36° や 54° の正弦、余弦、正接の値の計算は、少し技巧的である。ここでは証明を述べないが、以下の補題 2.1 に具体的な値を載せた。(牟田口, 2023) には初等幾何的な計算も紹介されている。

補題 2.1. (愛媛算額, 2017: 補助定理 11)

$$\begin{aligned} \cos 54^\circ &= \sin 36^\circ = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}, \\ \sin 54^\circ &= \cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}. \end{aligned}$$

以下問題 1 の現代解を与える

(解法). 図 2 のように、5つの円の中心を O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 とし、その半径を r とする。また、円 O_1, O_5 の接点 M を考えると、 $\triangle OO_1M$ は、 $\angle MOO_1 = 36^\circ$ の直角三角形である。このとき正五角形 $O_1O_2O_3O_4O_5$

の 1 辺の長さは $2r$ であり、 OM の長さは $r \tan 54^\circ$ である。従って、正五角形の面積 S は

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot r \tan 54^\circ \times 5 = 5r^2 \tan 54^\circ$$

であることがわかる。また黒積は、正五角形の面積から半径 r 、中心角 108° の扇形の面積の 5 倍を引いたものである。 $108^\circ \times 5 = 540^\circ = 360^\circ \times \frac{3}{2}$ より、この 5 つの扇形の面積の和は $\frac{3\pi r^2}{2}$ である。よって、

$$\text{黒積} = \left(5 \tan 54^\circ - \frac{3\pi}{2}\right) r^2$$

となるので、これより、

$$\text{円径} = 2r = \sqrt{\frac{4 \text{黒積}}{5 \tan 54^\circ - 6 \times \frac{\pi}{4}}}$$

を得る。

補題 2.1 より、

$$\begin{aligned} \tan 54^\circ &= \frac{\sin 54^\circ}{\cos 54^\circ} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}} = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{5})^2}{2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{5})^3}{8\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{16 + 8\sqrt{5}}{8\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{5}} + 1}. \end{aligned}$$

よって、

$$\text{円径} = \sqrt{\frac{4 \text{黒積}}{5\sqrt{\frac{2}{\sqrt{5}} + 1} - 6 \times \frac{\pi}{4}}}$$

が得られる。□

2.2 第10巻第2問

問題 2. (問題 10-2)

(問題文) 今、図(図 3)のように、5 等円で以って心円を囲う。只云う、心円径は 16.13 寸。このとき、等円径はいくらか。

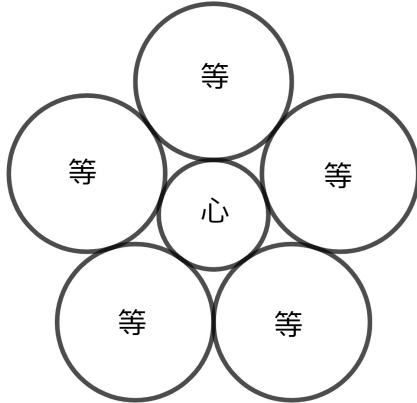


図 3. 問題 10-2 の配置

(答え) 等円径 23 寸 0000 有奇.

(術文)

$$\frac{\text{心円径}}{\sqrt{2\left(\frac{1}{\sqrt{5}}+1\right)}-1} = \text{等円径}.$$

補足 2.1. 有奇とはわずかな余りがでるということの意味する。術文の式に、心円の直径 16.13 を代入すると、23.000089570314... となる。

(解法). 図 2 において、等円(円 O_1, \dots, O_5)の半径を r 、心円(円 O)の半径を s とする。このとき、 $OO_1 = r + s$ 、 $MO_1 = r$ である。

従って、

$$r = (r + s) \sin 36^\circ.$$

これより、

$$r = \frac{s}{\frac{1}{\sin 36^\circ} - 1} \quad (2.1)$$

であることがわかる。補題 2.1 より、

$$\frac{1}{\sin 36^\circ} = \sqrt{\frac{8}{5 - \sqrt{5}}} = \sqrt{2\left(\frac{1}{\sqrt{5}} + 1\right)}.$$

これを (2.1) に代入して術文の式を得る。□

2.3 第10巻第3問

問題 3. (問題 10-3)

(問題文) 今、図(図 4)のように、半梯内を斜線で隔て円を容れる。只云う、大頭 9 寸、小頭 5 寸、円径 3 寸のとき、長はいくらか。

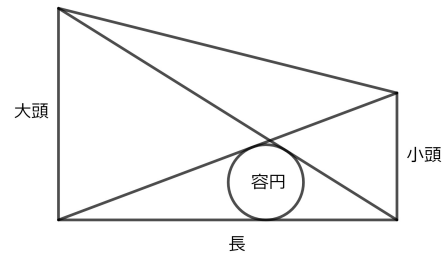


図 4. 問題 10-3 の配置

(答え) 長 12 寸.

(術文)

大頭 \times 小頭 = 東, (大頭 + 小頭) \times 円径 = 西,

$$\text{東} - \text{西} = \text{南}, \sqrt{\left(\frac{\text{南}}{\text{円径}}\right)^2 + \text{南}} = \text{北},$$

とし、

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\text{東} + \text{南}}{\text{北}} \right) = \text{長}.$$

補足 3.1. 半梯とは、等脚台形の半分の図形のことである。長の辺で折り返すと、等脚台形となる。

補足 3.2. この問題では、2 次関数の平方根を含む方程式を解く必要があり、その解を求めることが最も大変である(補足 3.3)。方程式の導出においては、三平方の定理、相似、内接円の半径と面積の関係など、高等学校で学ぶ内容で可能である。

(解法). 次の図 5 のように設定する。ただし、容円の半径を r とする。このとき、 $AE = \frac{b\sqrt{x^2+a^2}}{a+b}$ 、 $BE = \frac{a\sqrt{x^2+b^2}}{a+b}$ である。よって(愛媛算額, 2017: 補助定理 13) より、 $\triangle EAB$ の面積は

$$\frac{r(x(a+b) + b\sqrt{x^2+a^2} + a\sqrt{x^2+b^2})}{2(a+b)}$$

である。一方

$$\begin{aligned} \triangle EAB \text{ の面積} &= \frac{a}{a+b} \times (\triangle ABD \text{ の面積}) \\ &= \frac{abx}{2(a+b)}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

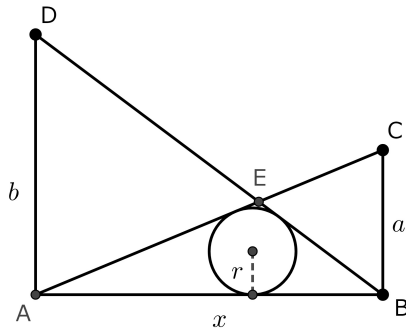


図 5. 問題 10-3 の設定

よって,

$$\frac{r(x(a+b) + b\sqrt{x^2+a^2} + a\sqrt{x^2+b^2})}{2(a+b)} = \frac{abx}{2(a+b)}$$

が得られる. 整理して,

$$(ab - r(a+b))x = r(b\sqrt{x^2+a^2} + a\sqrt{x^2+b^2}). \quad (2.3)$$

$s = a + b, t = ab$ とおいて, この方程式を解くと,

$$x = \frac{1}{2} \frac{t + (t - 2sr)}{\sqrt{\left(\frac{t-2sr}{2r}\right)^2 + (t - 2sr)}} \quad (2.4)$$

が得られる. 特に, 円径 = $2r$, 東 = t , 西 = $2rs$, 南 = $t - 2rs$, 北 = $\sqrt{\left(\frac{t-2sr}{2r}\right)^2 + (t - 2sr)}$ であることより, 術文が得られることも確認できる. □

補足 3.3. ここでは方程式 (2.3) の解 x の導出について解説する. (2.2) より, E と直線 AB の距離 h は $h = \frac{ab}{a+b}$ である. よって, $2r < h = \frac{ab}{a+b}$. このことより,

$$\frac{1}{r} > 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (2.5)$$

が成り立つことがわかる.

方程式 (2.3) の両辺を $abrx$ で割り, $u = \frac{1}{x}$ とおけば,

$$\sqrt{u^2 + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{u^2 + \frac{1}{b^2}} = \frac{1}{r} - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

が得られる. $A = \frac{1}{a}, B = \frac{1}{b}, C = \frac{1}{r} - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ とおけば,

$$\begin{aligned} \sqrt{u^2 + A^2} + \sqrt{u^2 + B^2} &= C, \\ \sqrt{u^2 + A^2} - \sqrt{u^2 + B^2} &= \frac{A^2 - B^2}{C} \end{aligned}$$

となるので,

$$2\sqrt{u^2 + A^2} = C + \frac{A^2 - B^2}{C}.$$

よって,

$$\begin{aligned} 4u^2 &= C^2 + \frac{(A^2 - B^2)^2}{C^2} - 2(A^2 + B^2) \\ &= \frac{C^4 - 2(A^2 + B^2)C^2 + (A^2 - B^2)^2}{C^2}. \end{aligned}$$

ここで, (2.5) より, $C > A + B$ である. よって,

$$\begin{aligned} C^4 - 2(A^2 + B^2)C^2 + (A^2 - B^2)^2 &= (C + A + B)(C - A + B) \\ &\quad \times (C + A - B)(C - A - B) > 0 \end{aligned}$$

であり,

$$S = \frac{\sqrt{C^4 - 2(A^2 + B^2)C^2 + (A^2 - B^2)^2}}{2}$$

とおくと,

$$u^2 = \frac{S^2}{C^2}.$$

よって,

$$u = \frac{S}{C}.$$

最後に C, S は A, B の対称式であることから,

$$A + B = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{s}{t}, \quad AB = \frac{1}{ab} = \frac{1}{t}$$

で表すことができるが, 実際に

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{r} - \frac{s}{t} = \frac{t - rs}{rt}, \\ 4S^2 &= \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{2s}{t} \right) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{2s}{rt} + \frac{4}{t} \right) \\ &= \frac{(t - 2rs)(t - 2sr + 4r^2)}{r^4 t^2} \end{aligned}$$

と表される. 従って,

$$x = \frac{C}{S} = \frac{t - rs}{\sqrt{\frac{(t-2rs)^2}{4r^2} + (t - 2rs)}}$$

となり (2.4) が得られる.

2.4 第 10 巻第 4 問

問題 4. (問題 10-4)

(問題文) 今, 図 (図 6) のように, 直角三角形内を斜で隔て, 全, 中, 小円を容れる. 只云う, 全円径若干, 股若干とし, 小円径を問う.

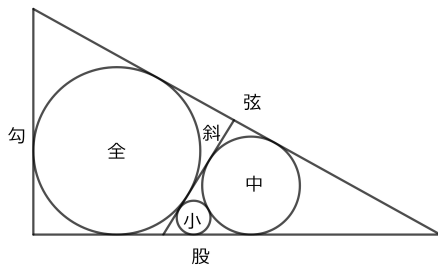


図 6. 問題 10-4 の配置

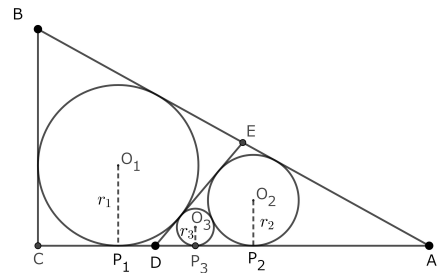


図 7. 問題 10-4 の解法の設定

(答え) 下の通り.

(術文)

$$\left(1 - \frac{2 \text{斜}}{2 \text{股} - \text{全径}}\right) \times \text{全径} = \text{天},$$

$$2(\sqrt{\text{斜}^2 - \text{天} \times \text{全径} + \text{斜}}) \text{斜} = \text{地},$$

$$\sqrt{\text{地} - (\text{全径} - \text{天}) \text{天}} = \text{人} \text{ とし},$$

$$\left(2 \left(\frac{\text{人}}{\text{人} + \text{天}}\right) - 1\right) \text{天} = \text{小径}.$$

補足 4.1. 問題の設定では、解が一意に定まらない。しかし、術文では斜を用いているため、「斜若干」という条件も加えて考察した。ただし、「斜若干」という条件を加えても、解が一意には定まらない。そのことは、全円に対し、同じ長さの斜の置き方が2通りあることからわかる。ここでは、図に適合した解を与えた。

補足 4.2. 術文の $\left(1 - \frac{2 \text{斜}}{2 \text{股} - \text{全径}}\right) \times \text{全径} = \text{天}$ は (浅山, 2019) 及び原典 (大西, 不明) の術文では、 $\left(\frac{2 \text{斜}}{2 \text{股} - \text{全径}} - 1\right) \times \text{全径} = \text{天}$ となっていた。ただ (大西, 不明) の術解では正しく記載されている。

問題 4, 5 では、和算においてよく知られている次の補題を用いる。証明は省略する。

補題 2.2. (愛媛算額, 2017: 補助定理 3) $r, s > 0$ とする。半径 r, s の2つの円が互いに外接しているとする。このとき共通外接線において、接点間の長さは $2\sqrt{rs}$ である。

以下、問題 4 の現代解を与える。

(解法). 図 7 のように、中円の半径 r_2 および小円の半径 r_3 を、全円の半径 r_1 , 股 $b := AC$ 及び斜 $t := DE$ で表す。まず $\triangle AO_2P_2$ と $\triangle AO_1P_1$ は相似で、 $AP_1 = b - r_1$ より、

$$AP_2 = \frac{r_2(b - r_1)}{r_1}.$$

一方、(算額研究, 2017: 補助定理 16) より

$$P_1P_2 = DE = t$$

となる。よって、 $AP_2 = AC - CP_1 - P_1P_2 = b - r_1 - t$ であり、

$$r_2 = \frac{r_1(b - r_1 - t)}{b - r_1}$$

$$= \frac{\text{全}}{2} \left(1 - \frac{2 \text{斜}}{2 \text{股} - \text{全}}\right) = \frac{\text{天}}{2}$$

であることがわかる。特に 中円径 $= 2r_2 = \text{天}$ である。

今、

$$u := DP_1, \quad v := DP_2$$

とおく。この u, v に関し、(算額研究, 2017: 補助定理 23) より、

$$u + v = t, \quad uv = r_1r_2$$

が成り立つ。つまり、 u, v は 2 次方程式

$$X^2 - tX + r_1r_2 = 0$$

の解である。以下 (図 7 に合わせて)、 $u \leq v$ を仮定する。このとき、

$$v = \frac{t + \sqrt{t^2 - 4r_1r_2}}{2} = \frac{\text{斜} + \sqrt{\text{斜}^2 - \text{全天}}}{2}$$

である。補題 2.2 より、 $P_2P_3 = 2\sqrt{r_2r_3}$ なので、

$$DP_3 = v - 2\sqrt{r_2r_3}.$$

再び (算額研究, 2017: 補助定理 23) より、 $DP_1 \cdot DP_3 = r_1r_3$. 従って、

$$u(v - 2\sqrt{r_2r_3}) = r_1r_3$$

が得られ、これを $\sqrt{r_3}$ についての 2 次方程式と考えれば、 $uv = r_1r_2$ より、

$$r_1(\sqrt{r_3})^2 + 2u\sqrt{r_2}\sqrt{r_3} - r_1r_2 = 0.$$

両辺に v をかけて、 r_1 で割れば、

$$v(\sqrt{r_3})^2 + 2r_2\sqrt{r_2}\sqrt{r_3} - r_2v = 0.$$

これを解くと、 $\sqrt{r_3} > 0$ より、

$$\begin{aligned} \sqrt{r_3} &= \frac{-r_2\sqrt{r_2} + \sqrt{r_2^3 + r_2v^2}}{v} \\ &= \frac{-r_2 + \sqrt{r_2^2 + v^2}}{v} \sqrt{r_2}. \end{aligned}$$

以上より、

$$\begin{aligned} r_3 &= \left(-\frac{2r_2(\sqrt{r_2^2 + v^2} - r_2)}{v^2} + 1 \right) r_2 \\ &= \left(-\frac{2r_2}{\sqrt{r_2^2 + v^2} + r_2} + 1 \right) r_2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{r_2^2 + v^2} - r_2}{\sqrt{r_2^2 + v^2} + r_2} \right) r_2 \end{aligned} \tag{2.6}$$

を得る.

ここで、

$$\begin{aligned} 4(r_2^2 + v^2) &= \text{天}^2 + \left(\text{斜} + \sqrt{\text{斜}^2 - \text{全天}} \right)^2 \\ &= \text{天}^2 + 2\text{斜}^2 + 2\text{斜}\sqrt{\text{斜}^2 - \text{全天}} - \text{全天} \\ &= \text{地} - (\text{全} - \text{天})\text{天} \end{aligned}$$

である. よって、

$$\text{人} = 2\sqrt{r_2^2 + v^2}$$

であることがわかる. また (2.6) から、

$$\text{小} = \frac{\text{人} - \text{天}}{\text{人} + \text{天}} \text{天} = \left(2\frac{\text{人}}{\text{人} + \text{天}} - 1 \right) \text{天}$$

も確認できる. □

2.5 第10巻第5問

問題 5. (問題 10-5)

(問題文) 今、図のように、大、中、小円とその小円の左右に、甲、乙の2円を容れる. 只云う、甲円径 98.01 寸、又云う、乙円径 121 寸. 中円径はいくらか.

(答え) 中円径 729 寸

(術文) $\left(2 - \sqrt{\frac{\text{乙}}{\text{甲}}} \right)^2 = \text{法}$ とし、 $\frac{9\text{乙}}{\text{法}} = \text{中円径}$.

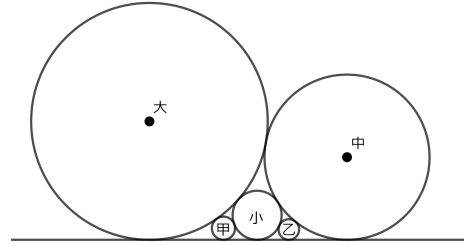


図 8. 問題 10-5 の配置

(解法). 大円, 中円, 小円, 甲円, 乙円の半径をそれぞれ r, s, t, a, b とする. このとき, 補題 2.2 より、

$$\sqrt{ra} + \sqrt{ta} = \sqrt{rt}, \tag{2.7}$$

$$\sqrt{sb} + \sqrt{tb} = \sqrt{st}, \tag{2.8}$$

$$\sqrt{rt} + \sqrt{st} = \sqrt{rs} \tag{2.9}$$

である. (2.7), (2.8) より、

$$\sqrt{r} = \frac{\sqrt{at}}{\sqrt{t} - \sqrt{a}}, \quad \sqrt{s} = \frac{\sqrt{bt}}{\sqrt{t} - \sqrt{b}}$$

が成り立ち, (2.9) より, \sqrt{t} に関する方程式

$$\frac{\sqrt{at}}{\sqrt{t} - \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{bt}}{\sqrt{t} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{abt}}{(\sqrt{t} - \sqrt{a})(\sqrt{t} - \sqrt{b})}$$

が得られる. これを解いて、

$$\sqrt{t} = \frac{3\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}, \quad \frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$$

となることがわかる. よって、

$$\sqrt{\frac{s}{b}} = \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{b}{t}}} = \frac{3}{2 - \sqrt{\frac{b}{a}}}.$$

従って、

$$s = \frac{9b}{\left(2 - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2}$$

が得られる. 特に, $\text{法} = \left(2 - \sqrt{\frac{a}{b}} \right)^2$ とおけば, $\text{中} = \frac{9\text{乙}}{\text{法}}$ が得られる. □

補足 5.1. この問題では、術文は確認できたが、実際に値を代入すると、中円径 $= \frac{9 \cdot 121^2}{8^2}$ となり、答えの 729 と異なる値となる. 実際、この数値は上で求めた大の式から得られる値である. 図 8 の甲円と大円の関係を見

ると、甲円径が大きくなれば大円径も大きくなる。このことは、大円径 $>$ 小円径のとき、甲円径 $>$ 乙円径であることを意味している。しかし、問題文では、甲円径 $<$ 乙円径である。従って、問題文では、甲円径と乙円径の数値が逆ではないかと推察される。

3 終わりに

本論文では、2023年7月30日に開催の第49回愛媛和算研究会の定例会において発表した解法を含めた形でまとめている。今回紹介した問題は、雑題の第10巻の全5問であるが、2024年より、愛媛和算研究会では、第11巻～第20巻の読みを行っている。今後、その成果も公表する予定であるが、未発表の第8巻や発表を行った第9巻の問題についても、紹介したいと考えている。

今回取り組んだ結果、第10巻の多くの問題について高等学校までの知識で対応可能であると考えられる。その意味では、問題の数値や設定を変えれば、そのまま高等学校までの教材に使用することも可能であり、本論文が1つの教材のヒントとなることを期待したい。

参考文献

大西佐兵衛 (不明)：『雑題』，愛媛県立図書館 (所蔵)。

愛媛算額 (2017)：愛媛の算額研究～現代解法を通して～，平田浩一，谷本賢治 編，愛媛和算研究会。

浅山秀博 (2019)：『雑題』三十巻 (大西佐兵衛著) を読むにあたって (その1)，愛媛和算研究会。

牟田口正虎 (2023)：「雑題 10 - 1」，第48回愛媛和算研究会発表資料。

沖本貫成，吉岡倅佑，村田幹太，吉平善晴，保木隆之介 (2023)：「雑題」7-1, 9-1, 9-3, 10-2, 10-5 の現代解，第49回愛媛和算研究会発表資料。

宮崎智也，吉岡倅佑，原本博史，安部利之 (2023)：大西佐兵衛『雑題』の現代解について～第8巻第1問から第4問～，科学教育研究センター紀要 2, 17-22，愛媛大学教育学部附属科学教育センター。

